1145. Automorphic function ニツイテ (II)

有馬 壽八郎（阪大）

訂正

前章（第二章）ノ定理1ノ證明中下ヨリ五行目 $u(z_0)>0$

トスト訂正，338頁ノ一行目第二型ノ型ハ不変ナル故K

ヲ-----ト故ヲ入レル．定理2ノ証明中

$$\sum_p \log\left|\frac{1-\overline{S_p}(Z_0)Z}{Z-S_p(Z_0)}\right| \leqq \sum_n \log\left|\frac{1-\overline{Z}_n Z}{Z-Z_n}\right|$$

系6ヲ今リヤスク次ノ如ク言ヒ換ヘル．

系6.

Riemann面Rハgeschlechtガ有界ナル閉ヂタRiemann面$\overline{R}$ニ含マレ，Rノ境界Eハ（勿論$\overline{R}$ノ内点ヨリナル）Rニテ Green 函数ガ存在スルカ否カニヨリ Hauptuniformisierende ニヨリ単位円周上ノ測度2π又ハ0ナル集合ニ寫像サレル。

系7. Riemann面Rガ他ノRiemann面$\overline{R}$（geschlechtハ有限ト限ラズ）ニ含マレ，Rノ境界Eハ$\overline{R}$ノ内点トス。

Rノ上ニテ Green 函数ガ存在セザレバ Hauptuniformisierende ニヨリEハ単位円周上ノ測度0ナル集合ニ寫像サレル．

第三章

コノ章ニテハ Schottky Type ニヨル代数函数ノ Uniformisation ニツイテ述ベタイト思ヒマス。コレハ辻先生ノ定理[1]ノ別証デス．

(1) M. Tsuji:– Theory of conformal mapping of a multiply connected domain.

コノ擴張ニツイテハ後章ニテ述ベタイト思ヒマス。

(1) Geschlecht p ($p \geqq 2$) ナル閉ヂタ Riemann 面 R ニ R ヲニツニ分ケナイ p 個ノ異ナル且ツ交ハラナイ Rückerschnitt L_i ($i=1,2,\cdots\cdots p$) ニヨリ生ズル面 $\overline{R}$ ノ境界ヲ (a_i, b_i) ($i=1,2,\cdots\cdots p$) トス。

$R_1 = \overline{R}$ トシ $R_1 = \overline{R}$ ノ a_i ($i=1,\cdots\cdots p$) ノ各々ニ別ナ $\overline{R}$ ノ b_i ヲ附着シ, b_i ニハ別ナ $\overline{R}$ ノ a_i ヲ附着シテ R_2 ヲ作ル。R_2 ハ R_1 ト更ニ $2p$ 個ノ $\overline{R}$ ヨリナリ $2p(2p-1)$ ノ境界ヲ有ス。

R_2 ニ同様ナコトヲ行ヒ R_3 ヲ作リ以下順次ニコレヲ無限ニ行フ。

一般ニ R_n ハ $2p(2p-1)^{n-1}$ 個ノ境界ヲ有シ, コノ極限トシテ得タ Riemann 面 $\overline{\overline{R}}$ ハ R ノ Überlagerung-Fläche デアル。

$\overline{\overline{R}}$ ハ Schlichtartig ナ面ナル故 Koebe ノ定理ニヨリ z 平面ノ Schlicht ナ領域 D ニ寫像サレル. 但シ R_1 ノ一点 O ガ z 平面ノ無限点ニ對應スルモノトス。

然ルトキ D ノ境界 E ハ完全閉集合 (discret) デアルコトハ容易ニ分リマス。

問題ハ E ノ Capacity O ナルコトヲ証明スルコトデス。$\overline{\overline{R}}$ ヲ構成スル一ツノ $\overline{R}$ ヲ他ノ $\overline{R}$ ニ移スコトニヨリ $\overline{\overline{R}}$ ヲ自分自身ニ移ス変換ガ得ラレ, コレニ對シ z 平面ニテハ D ヲ自分自身ニ移ス変換 $\quad z' = S(z)$

ガ得ラレマス。

カヽル$S(z)$ノ全体ヲ考ヘレバコレハ明ラカニ一ツノ群Gヲ作リマス。

$S(z)$ハ Koebe, Courant 等ニヨリ知ラレテヰル如ク一次変換トナリマス. 辻先生ノ指適サレタ如クEノ Capacity ガ0ナルコトヨリ$S(z)$ノ一次分數式ナルコトガ出テ來マス。以下ニ於テハ$S(z)$ノ一次分數式ナルコトハ利用セズEノ Capacity 0ヲ証明シソノ結果トシテ$S(z)$ノ一次分數式ナルコトヲ示シマス。

$S(z)$ノ代リ一般ニ$S_\rho(z)$ $[\rho = 0, 1; 2, \cdots\cdots]$ヲ用ヒマス。

(2) R_1ノ境界ニハz平面ニテ$2p$個一般ニR_nニハ$2p(2p-1)^{n-1}$個ノ閉曲線ガ對應シ, R_nノ境界ニ對應スル閉曲線ノ全体ヲΓ_nトス。

又R_nニ對應スルz平面ノ領域ヲσ_nトス。

原点ハσ_1ノ内点トシテ一般性ヲ失ハズ。

σ_1ハ$2p$個ノ閉曲線デ境界サレタ無限点ヲ内点トスル領域デ$2p$個ノ境界ハ二ツヅツ適當ナ$S_\rho(z)$ニヨリ変換サレル。

原点ヲ中心トシσ_1ニ含マレル円ヲC_iトシソノ半径ヲr_iトス。

$$(r_1 > r_2 > \cdots\cdots > r_n \to 0 \text{トス})$$

C_iノ円板ヲK_iニテ表ハスコトニス。

C_i = $S_\rho(Z)$ ヲ施シテ得タ閉曲線ヲ C_i^ρ トス。

σ_n ヨリ σ_n ニ含マレル C_i^ρ ノ内部ヲ除イテ出来タ領域ヲ D_n^i トス。

D_1^i ノ内点ヲ Z_0 トシ、Z_0 ヲ Pole ニモツ D_n^i ノ Green 函数ヲ $g_n^i(Z, Z_0)$ トス。然ルトキ

$$g_n^i(Z, Z_0) < g_{n+1}^i(Z, Z_0)$$

K_i ヲ全平面ヨリ除イタ領域ニ於テ Z_0 ヲ Pole ニ有スル Green 函数ヲ $g(Z, Z_0)$ トス。

$$g(Z, Z_0) > g_n^i(Z, Z_0)$$

故ニ Harnack ノ定理ニヨリ $n \to \infty$ ノトキ $g_n^i(Z, Z_0)$ ハ Z_0 ヲ除キ調和ナ函数 $g^i(Z, Z_0)$ ニ一様収斂ス。

Green — Gauss ノ公式ニヨリ

$$\sum_\rho \int_{C_i^\rho} \frac{\partial g_\lambda^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds < 2\pi \qquad (\lambda > n)$$

但シ $\sum_\rho$ ハ D_n^i ノ境界ヲナス C_i^ρ ノ ρ ニツイテトルモノトス。

$\lambda \to \infty$ ノトキ $g_\lambda^i(Z, Z_0)$ ハ $g^i(Z, Z_0)$ ニ一様ニ収斂スル故

$$\sum_\rho \int_{C_i^\rho} \frac{\partial g^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds < 2\pi$$

C_i^ρ ハ $S_{-\rho}(Z)$ ニテ C_i ニ移ル故

$$\sum_\rho \int_{C_i^\rho} \frac{\partial g^i(Z, Z_0)}{\partial n} ds = \sum_\rho \int_{C_i} \frac{\partial g^i}{\partial n}(Z, S_{-\rho}(Z_0))\, ds$$

但シ $S_{-\rho}(z)$ ハ $S_\rho(z)$ ノ逆変換ヲ示スモノトス。

$$\therefore\quad \sum_\rho \int_{C_i} \frac{\partial g^i(z, S_{-\rho}(z_0))}{\partial n}\, ds < 2\pi$$

$$\sum_\rho g^i(z, S_{-\rho}(z_0)) = G_n^i(z, z_0) \text{ トス。}$$

$\sum_\rho$ ハ前ト同様ノ意味トス。即チ D_n^i ノ境界 C_i^ρ ノ ρ ニツイテトルモノトス。

然ルトキ

$$\int_{C_i} \frac{\partial G_n^i(z, z_0)}{\partial n}\, ds < 2\pi$$

$i>1$ トシ C_1 上デ 0, C_i 上ニテ 1 ヲトリ, C_1, C_i ノ作ル環ノ中デ調和ナ函数ヲ $v(z)$ トスレバ

$$\int_{C_1} G_n^i(z, z_0) \frac{\partial v(z)}{\partial n}\, ds = \int_{C_i} \frac{\partial G_n^i(z, z_0)}{\partial n}\, ds < 2\pi$$

C_1 上デ長サ L ノ周上デ $\frac{\partial v(z)}{\partial n} > q > 0$ (q ハ任意ニ固定シタ常数) トシ $G_n^i(z, z_0)$ ノ C_1 上ノ最小値ヲ G_n^i トスレバ

$$G_n^i < \frac{2\pi}{Lq}$$

Harnack ノ定理ニヨリ $0 < k < 1$ ナル常数 k ガ定マリ C_1 ノ周上デ

$$G_n^i(z, z_0) < \frac{1}{k} G_n^i$$

$$\therefore\quad G_n^i(z, z_0) < \frac{2\pi}{kLq}$$

又，明ラカニ

$$G_n^i(z, z_0) < G_{n+1}^i(z, z_0)$$

上ノ二式ヨリ Harnack ノ定理ニヨリ $n \to \infty$ ノトキ

$G_n^i(z, z_0)$ ハ $S_{-p}(z_0)$ ヲ除キ調和ナ函數 $G^i(z, z_0)$ ニ

一様收斂ス。

$$G^i(z, z_0) = \sum_p g^i(z, S_{-p}(z_0)) \quad \left(\begin{array}{l}\sum_p \text{ハスベテ} p \text{ニ} \\ \text{ツキトルモノトス}\end{array}\right)$$

$S_p(z)$ ハ群 G ヲ作ル故

$$= \sum g^i(z, S_p(z_0))$$

$S(z)$ ハ G ノ一ツノ元素トスレバ

$$G^i(z, S(z_0)) = \sum g^i(z, S_p S(z_0))$$

群ノ性質ニヨリ $\qquad = \sum g^i(z, S_p(z_0))$

$$= G^i(z, z_0)$$

故ニ $G^i(z, z_0)$ ハ G ノ automorphic function

ナリ　z ニツイテモ同様ナコトが言ヘル。

D_n^i ニ於テスベテノ C_i^p ニ於テハ 1，Γ_n 上デ 0 ナル調和函數ヲ $w_n^i(z)$ トスレバ

$$0 \leqq w_n^i(z) \leqq 1, \quad w_n^i(z) \leqq w_{n+1}^i(z)$$

故ニ $n \to \infty$ ノトキ $\lim w_n^i(z) \equiv 1$ トナルカ　アル調和函數 $w^i(z)$ ニ一様收斂ス。

一章ノ時ト同様ニシテ

$$w^i(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{C_i} \frac{\partial G^i(\zeta, z)}{\partial n}\, ds$$

$G^i(\zeta, z)$ ハ z ニツキ G ノ Automorphic function ナル故 $w^i(z)$ モ亦然リ。

(3) 集合 M ノ Capacity ヲ C(M) デ表ハスモノトス。

Γ_1 ノ一ツノ閉曲線 A_i ($i=1,2,\cdots\cdots p$) ノ内部ニ含マレル E ノ部分集合ヲ E_i トスレバ E_i ハ完全閉集合(discret)デ

$$E=\sum_{i=1}^{2p} E_i$$

以下 C(E) > 0 トス。

然ルトキ $C(E_i)>0$ ナル集合 E_i ガ少クトモ一ツ存在ス，然ルニ E_i ハ適當ナ変換 $S_p(z)$ ニヨリ E_j ($i \neq j$) ノ部分集合ニ変換サレル故

$$C(E_j)>0 \quad (i \neq j)$$

結局スベテノ i ($i=1,\cdots\cdots 2p$) ニ對シ

$$C(E_i)>0$$

以下ニ於テ E_1, E_2 ニツイテ特ニ考ヘル。

先ヅ $\lim w^i(z) \equiv 1$ ハ成立セザルコトヲ証明シマス。

E_j ト C_i^p (スベテノ p ニツキ) ノ内部ヲ除イタ領域ヲ D_j^i トス。但シ $j=1,2$

z_0 ヲ Pole ニモツ D_j^i ノ Green 函数ヲ $g_j^i(z, z_0)$ トス。

$\lim_{n\to\infty} w_n^i(z) \equiv 1$ ナルトキ次ノ補助定理ガ成立ス。

補助定理　E ト C_i^ρ (スベテノ ρ ニツキ) ヲ除イタ無限点ヲ含ム領域 D デ $V(z)$ ハ調和且ツ有界, C_i^ρ ノ境界上デ $V(z) \geqq 0$ ナラバ D ノ内部デ　$V(z) \geqq 0$

証明. $|V(z)| \leqq M$ トス.

D_n^i ニ於テ $g(z) = \dfrac{V(z)+M}{M} - W_n^i(z)$ ヲ考ヘル。

D_n^i ノ C_i^ρ ノ境界上デ $\dfrac{V(z)+M}{M} \geqq 1$, $W_n^i(z) = 1$　$\therefore g(z) \geqq 0$

Γ_n 上デ　$\dfrac{V(z)+M}{M} \geqq 0$, $W_n^i(z) = 0$　$\therefore g(z) \geqq 0$

故ニ D_n^i 内デ　$g(z) \geqq 0$

$$\therefore \quad \frac{V(z)+M}{M} \geqq W_n^i(z)$$

上式ハ n ノ如何ニ関セズ成立スル故 $n \to \infty$ トナラシムレバ

$$\lim W_n^i(z) \equiv 1$$

ナルコトニ注意シ

$$\frac{V(z)+M}{M} \geqq 1 \qquad \therefore \quad V(z) \geqq 0$$

——(証明終)——

今 $\lim W_n^i(z) \equiv 1$ トス. 然ルトキ $g_1^i(z, z_0) - g_2^i(z, z_0)$ ハ上ノ補助定理ノ假設ヲ満足ス。

故ニDデ

$$g_1^i(z, z_0) - g_2^i(z, z_0) \geqq 0$$

$$\therefore \quad g_1^i(z, z_0) \geqq g_2^i(z, z_0)$$

逆ニシテ

$$g_2^i(z, z_0) \geqq g_1^i(z, z_0)$$

$$\therefore \quad g_2^i(z, z_0) = g_1^i(z, z_0) \text{ ------ (1)}$$

C_i ノ半径 r_i ハ $i \to \infty$ ノトキ $r_i \to 0$

$$g_j^i(z, z_0) \leqq g_j^{i+1}(z, z_0) \qquad (j = 1, 2)$$

$C(E_j) > 0 \quad (j = 1, 2)$ ナル故 E_j ノミヲ境界ニモツ領域 D_j ノ green 函数ヲ $g_j(z, z_0)$ トスレバ

$$g_j^i(z, z_0) \leqq g_j(z, z_0)$$

故ニ $g_j^i(z, z_0)$ ハ Harnack ノ定理ニヨリ z_0 ヲ除キ調和ナ函数 $\bar{g}_j(z, z_0)$ ニ一様收斂ス.

明ラカニ

$$\bar{g}_j(z, z_0) \leqq g_j(z, z_0) \qquad (j = 1, 2)$$

$g_j(z, z_0)$ ハ D_j ノ green 函数ニシテ $\bar{g}_j(z, z_0)$ ハ z_0 ニテ Pole ヲモチ D_j ニテ $\bar{g}_j(z, z_0) \geqq 0$ ナル故

$$\bar{g}_j(z, z_0) \geqq g_j(z, z_0)$$

$$\therefore \quad \bar{g}_j(z, z_0) = g_j(z, z_0)$$

故ニ (1) ヨリ $i \to \infty$ ナラシムレバ

$$g_1(z, z_0) = g_2(z, z_0)$$

コレハ明カニ不合理ナリ。

故ニ $C(E)>0$ デ $\lim W_n^i(z) \equiv 1$ ナルコトナシ。

故ニ $C(E)>0$ ナラバ $W^i(z)$ ナル調和函數ガ存シ.

コレハ群 G ニ對シ automorphic function ナル故モトノ Riemann 面 R ニ移ッテ考ヘルト C_i ニハ R 上デ開ヂタ R 上ニテ單一連結領域ヲ囲ム曲線 α_i ガ對應ス:

然ルトキ $W^i(z)$ ハ α_i 上デ 1, R ヨリ α_i ノ内部ヲ除イタ部分デ調和且ツ $0 \leqq W^i(z) \leqq 1$ トナリ コレ明カニ不合理ナリ。

$$\therefore \quad C(E)=0$$

(注意) $W^i(z)$ ノ存在セザルコトハ D ノ Universal Covering Surface ヲ作リ單位円ニ移シソレニ附属スル群ト $S_p(z)$ トヲ結合スルトキ第一型ノフックス群ガ得ラレル故ニ第一章ノコトヨリ $W^i(z)$ ノ存在セザルコトガ結論サレル。

$S_p(z)$ ハ E ヲ除キ全平面デ唯一ツ一位ノ極ヲ有シ. 單葉ナ函數ナリ。

從ッテ $C(E)=0$ ナル故 E ハ正則点又ハ Pole トナル

然ルニ $S_p(z)$ ハ唯一ツノ極ノミヲ有スル正則点トナリ, コレヨリ $S(z)$ ハ一次分數式ナルコトガ分ル。

故ニ Ruckershnitt Theorem ハ証明サレタ。

(4) Schottoky Type ノ群ノ limit point ノ集合ニツイテ前述ノ $S(z)$ ガ loxodromique 又ハ Hyperbolique ナ一次変換トナリソノマヽノ理論ヲ適用シ次ノ定理ガ得ラレル。

定理. Schottoky Type ノ群ノ limit point ノ集合ヲ E トスレバ $C(E)=0$ ナリ。

証明　基本領域（無限点ヲ内点ニ含ムモノヲ取ル）ノ境界ハ $S(z)$ ヲ適當ニトレバニツヅツ，ツイヲナシ変換サレル，コノツイヲナス境界ヲ附着シテ Ideal Riemann Surface ヲ作ル。基本領域ノ境界ノ数ヲ $2p$ トスレバ geschlecht p ナル閉ヂタ Riemann Surface ガ出来ル．故ニ上ノ理論ヨリ $C(E)=0$ ナルコトヲ知ル。

注意　Ideal Riemann Surface ヲ作ル代リニ Poincare ノ theta 級数ヲ利用シニツノ異ナル Automorphic function $x(z)$, $y(z)$ ヲ作レバ $x(z)$, $y(z)$ ヨリ geschlecht p ナル代数曲線 $f(x,y)=0$ ヲ得コレヲ用ヒテ可ナリ。

注意(I)　geschlecht $p=1$ ノトキハ群ノ limit point ハ Hyperbolique 又ハ loxodromique transformation ノ固定点デ唯二点ノミヨリナル故勿論 $C(E)=0$

$p=0$ ノトキハ limit point ハ存在セズ。

注意II. Rückerschnitt ノ外ニ次ノ如キ cut モユルスモノトス。

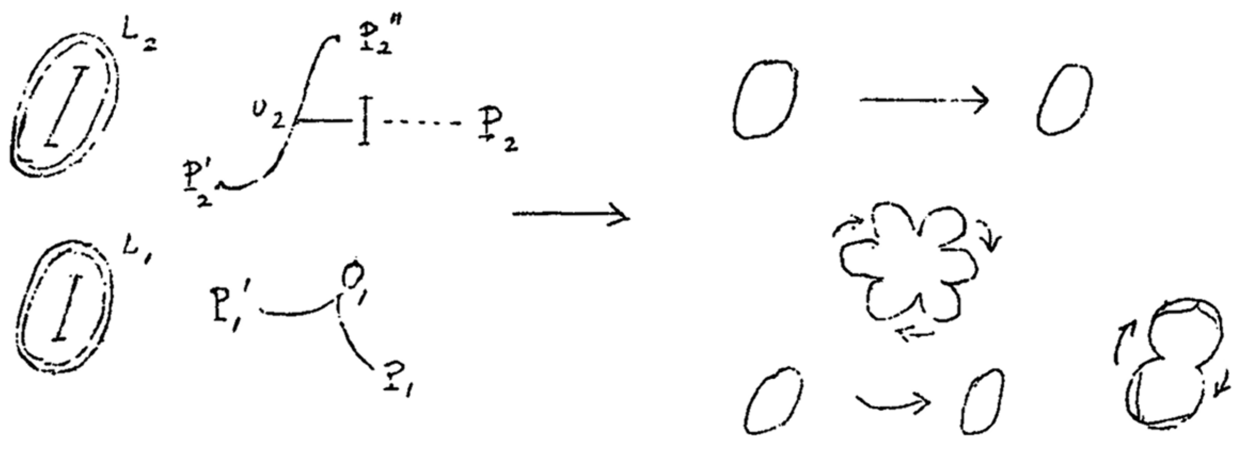
Riemann 面上ノ Ruckerschnitt 上ニナイ点 O_i カラ P_i, P_i' 又ハ P_i, P_i', P_i'' ヘ cut ヲ作リ，前者ノトキハ $\nu_i=\nu_i'$

後者ノトキハ $$\frac{1}{\nu_i}+\frac{1}{\nu_i'}+\frac{1}{\nu_i''}>1$$

ナル整数ヲ對應セシメ $(\nu_i,1)$, $(\nu_i',1)$, $(\nu_i'',1)$ ノ對キ對應ヲナサシムルトキモ Capacity 0 ナルコトヲ知ル. ν ハ ∞ ナルモ可.

例ヲ示セバ (Ford Automorphic function P. 278 參照)

$p=2$ ノトキ



(5) m 個ノ境界ヲ有スル Schlichtartig ナリーマン面ハ m 個ノ円ニテ境界サレタ適當ナ領域ニ寫像出來ルカ。

コノ問題ハ Koebe, Courant ニヨリテ解決サレタ

問題デスガ上ノ結果カラモ解決サレマス．辻先生ノ論文ヲ參照シテ下サイ．m個ノRandヲ有スルSchlichtartigナ面ハm個ノu軸ニ平行ナ切断線ヲ入レタSchlichtナw平面ニ寫像サレマス．[2]

但シ $W=u+iv$．

故ニ問題ヲ次ノ如ク直シテ考ヘマス。

m個ノu軸ニ平行ナ切断線ヲ有スルW平面ノ領域ヲ或m個ノ円ニテ境界サレタz平面ニ一對一ニ寫像セヨト云フ問題トナリコノ形デ考ヘマス。

W平面ノ切断線ハ何レモ点ニナラナイモノトス。

m個ノ切断線ヲ$S_1, S_2, \cdots\cdots, S_m$トシ，コノ切断線ノハイッタW平面ヲRトス。先ヅ$R=R_1$トス。$R_1$ノ$S_i$ $(i=1,2,\cdots\cdots,m)$ニ於テRノS_iニ関スル對稱面ヲ作リR_1ノS_iニ交錯シテRヲ附着セシメテ出来タ面ヲR_2トス。R_2ハ$m(m-1)$個ノ切断線ヲ有ス．コノ切断線ニ同様ナコトヲ行ヒR_3ヲ得．以下順次同様ノコトヲ無限ニ行フトキ極限トシテ得ラレタ面ヲ$\overline{R}$トス。一般ニR_nハ$m(m-1)^{n-1}$個ノ切断線ヲ有ス。

$\overline{R}$ハSchlichtartigナ面ナル故Koebeノ定理ニヨリ$\overline{R}$ハz平面ノ領域(Schlichtナ) Dニ寫像サレル。

Dノ境界点ヲEトスレバ$C(E)=0$ナルコトヲ証明ス．

---

(2) 辻先生 複素函數論參照．

但シ R_1 ノ一点 O ヲZ平面ノ ∞ 点ニ移スモノトス。$\bar{R}$ ヲ構成スル R_1 デコレニ附着スル他ノ R ニ移スコトニヨリ $\bar{R}$ ヲ自分自身ニ移ス変換ガ得ラレル、コレニ對シZ平面ニテハ D ヲソレ自身ニ移ス変換ガ得ラレル。コノトキ前ノ $S(z)$ ト異ナリ角ノ向キガ相反スル変換トナル。

$$\bar{z}' = S(z)$$

$\bar{z}'$ ハ z' ノ共軛数ヲ表ハス。

コレハ問題ノ附着シテヰル切断線ニ對應スル像ノ各点ヲ不変ナラシメル。

カヽル変換ヲ $\bar{R}$ ノ各 S_i ニツイテ考ヘレバ m 個ノ変換ガ得ラレル。カヽル m 個ノ変換ヲ生成元トシテ出来タ群ヲ $\bar{\bar{G}}$ トス。

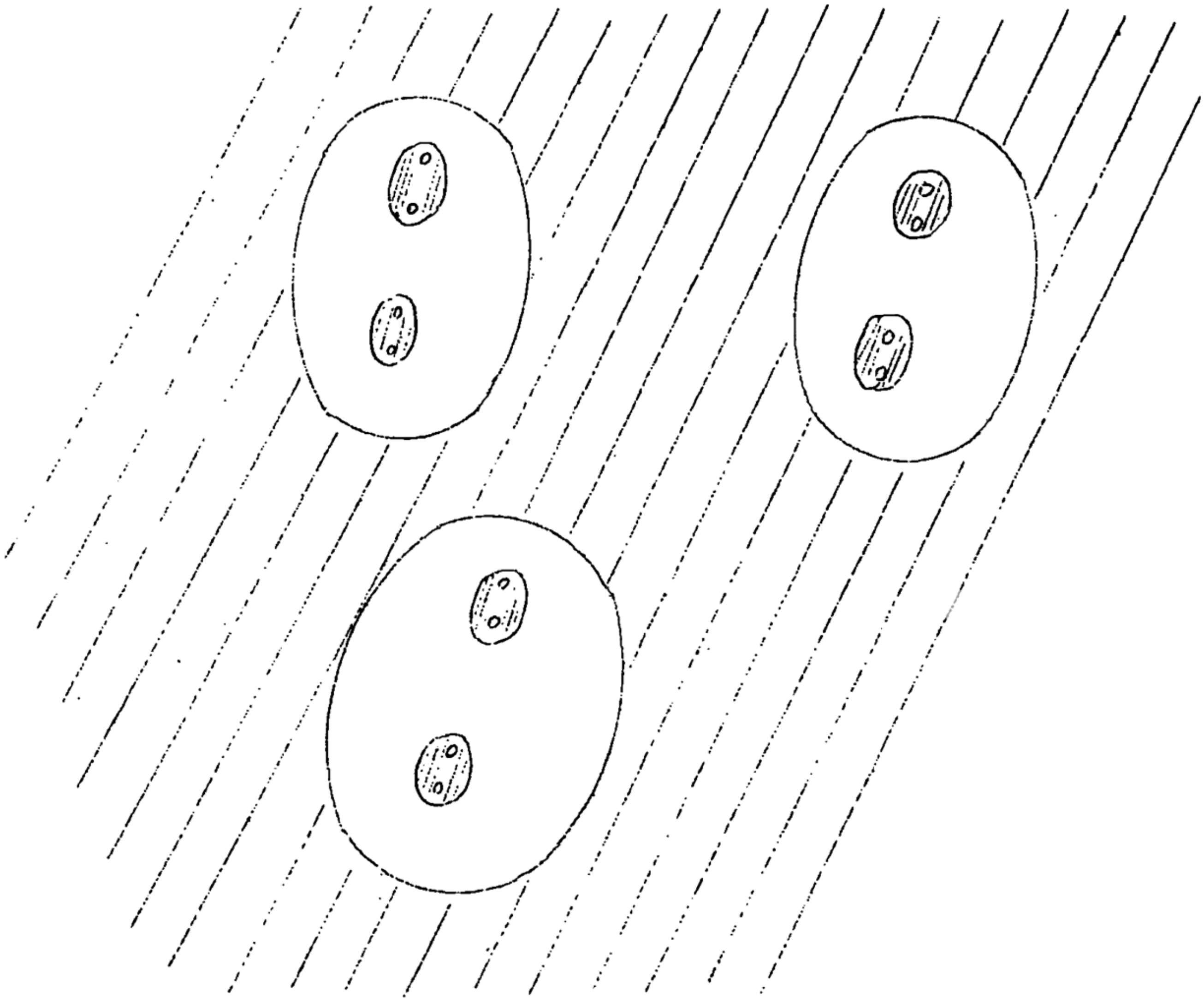
$\bar{\bar{G}}$ ノ内デ角ノ向キヲカヘルモノヲ $\bar{G}$，角ノ向キヲ変ヘナイモノヲ G' トスレバ

$$\bar{\bar{G}} = G + \bar{G}$$

然ルトキ G ハソレ自身ニテ群ヲ作ル。

R_n ニハ $m(m-1)^{n-1}$ 個ノ境界ヲ有スルZ平面ノ領域ガ得ラレル．コレヲ σ_n トス。参考ノタメニZ平面ノ圖形ヲ示ス。

下圖ニ於テハ $m=3$，$n=2$ マデノZ平面ノ領域ヲ示ス。



外側ノ陰影ノ部分ハ R_1 ニ對應スル σ_1

コノ陰影ノ部分ト次ノ無地ノ部分ヲ併セテ σ_2

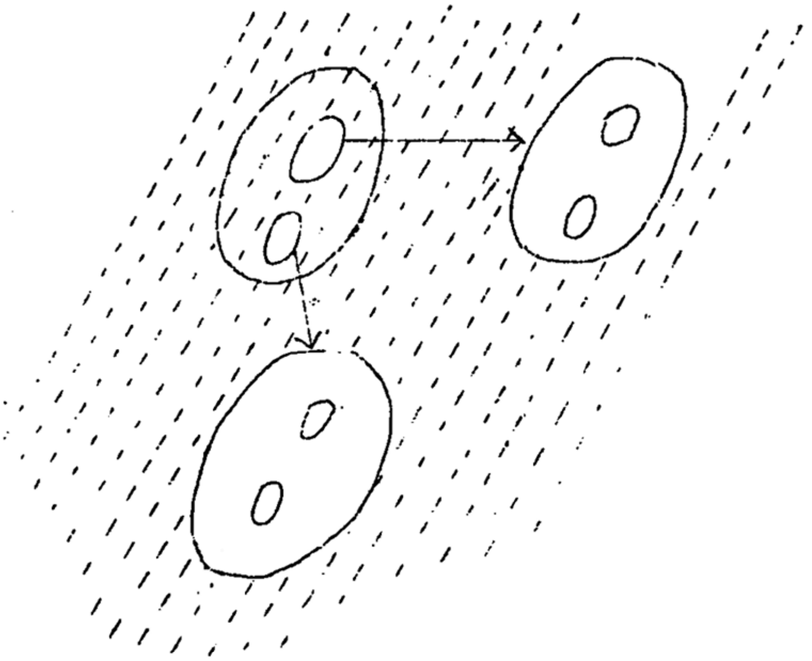
コレニ更ニ次ノ陰影ノ部分ヲ併合シテ σ_3 トナル。

次ニ R_1 ト R_1 ニ附着スル一ツノ R トヨリナル一ツノ面ニ對應スル Z 平面ノ領域ヲ考ヘル。コレヲ σ トス。

次ノ圖ニ於テ上ノ場合ヲ示スト外側ノ陰影ノ部分ガ σ ヲ示ス。

σ ハ $2(m-1)$ 個ノ境界ヲ有ス。

コノ境界ノ $2(m-1)$ 個ハ二ツヅツ ツイヲナシ G ノ適當



ナ変換 $z' = S(z)$ ニヨリ互ニ変換サレル。

コノ σ ヲ前ノ σ_1 ト考ヘテ同様ナ議論ヲ群 G ニツイテ行フ。

コノトキ σ ノ $2(m-1)$ ノ境界ニテ互ニ変換サレル境界ヲ附着シテ Ideale Riemann Fläche ヲ作ルト閉ヂタ geschlecht $(m-1)$ ノ面ガ出来ル。従ッテソノママ前ノ理論ニヨリ

$$C(E) = 0$$

ナルコトヲ知ル。

コレヨリ $\bar{z}' = S(z)$ ハ前ト同ジ理由ニヨリ

$$\bar{z}' = \frac{cz+d}{az+b}$$

ナル変換トナル。

R_1 ノ S_1 ニ對應スル σ_1 ノ境界ヲ S_1' トスレバ

$$\bar{z}' = \frac{c_1 z + d_1}{a_1 z + b_1}$$

ナル変換ニヨリ S_1' 上ノ各点ハ不変トナル。

S_1' 上ノ任意ノ三点 z_1, z_2, z_3 ヲトリコノ三点ヲ通ル円ヲ作リ，コノ円ニ関スル inversion $\bar{z}' = T(z)$ ヲ

作ル．$T(z)$ハZニ関スル或ル一次分数式ヲ表ハスモノトス。

コレト前ノ変換トヲ結合スルトz_1, z_2, z_3ヲ不変点トスル一次変換トナル故ニコノ変換ハ恒等変換トナル。

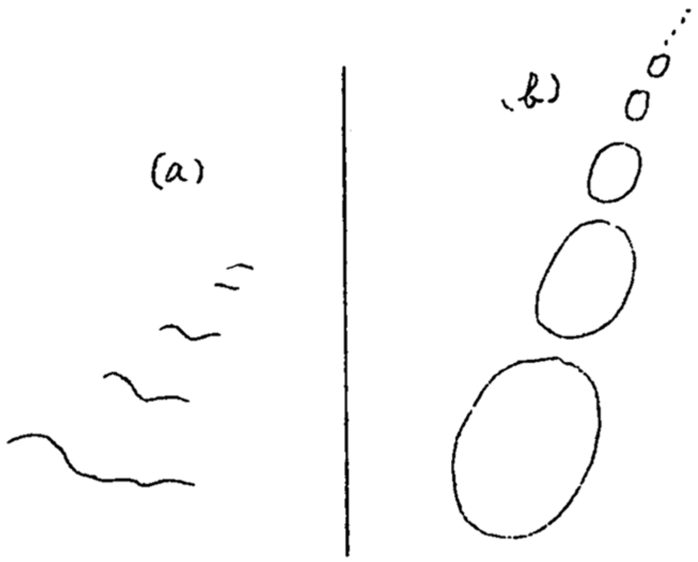
故ニ $\bar{z}' = \dfrac{c_1 z + d_1}{a_1 z + b_1}$ ハ z_1, z_2, z_3 ヲ通ル円ノinversionトナル。

従ッテS'_1ハコノinversionニヨリ不変ナル故S'_1ハ円トナル。他ノS'_iニツイテモ同様デアル。

故ニR_1ハm個ノ円ニテ境界サレタ領域σ_1ニ寫像サレタ譯デアル。

注意I．カヽル変換ガ二通リアルトスレバ，コレハ一次変換ヲ除イテ一致スルコトヲ証明出来マス。コレニハ二ツノ對應スルE_j $(j=1,2)$ヲ考ヘルトキ$C(E_j)=0$ナルコトヨリ結論サレマス，コレニツイテハ辻先生ノ論文ヲ参照シテ下サイ。

注意II．辻先生ヨリKoebeノ未解決ノ問題ニツイテ話ガアリマシタ。



ソレハ(a)圖ノ如ク(z)平面上ニcontinuumノ集合ガアリ，ソノ集積点ガ可附番個トス。

然ルトキ(a)ハ(b)ノ如ク円ノミニテ境界サレ

タ領域ニ寫像サレルカ．ト云フ問題デス。

辻先生ハ可附番個ヲ Capacity 0 ニオキカヘテ可能カト云フ問題ヲ出サレマシタ。コレニツイテ出来タラ後報ニノセタイト思ヒマス。

次報ニテハ Schottoky Type ノ問題ヲ開イタ Riemann 面ノ場合ヘノ擴張トフックソイド群（第三種）ノ limit Paint ノ集合ニツイテ報告シタイト思ヒマス。

—（續ク）—